

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

PARA PRACTICAR

Coordenadas de puntos

1 Determina en los siguientes casos si los puntos A , B y C están alineados

a) $A(5, -2)$, $B(3, -2)$, $C(-5, -2)$

b) $A(-1, -2)$, $B(2, 7)$, $C(1, 2)$

c) $A(0, 3)$, $B(2, 2)$, $C(4, 1)$

a) $\overrightarrow{AB} = (3, -2) - (5, -2) = (-2, 0)$

$\overrightarrow{BC} = (-5, -2) - (3, -2) = (-8, 0)$

Las coordenadas de \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{BC} son proporcionales, por tanto, A , B y C están alineados.

b) $\overrightarrow{AB} = (2, 7) - (-1, -2) = (3, 9)$

$\overrightarrow{BC} = (1, 2) - (2, 7) = (-1, -5)$

Las coordenadas de \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{BC} no son proporcionales, por tanto, A , B y C no están alineados.

c) $\overrightarrow{AB} = (2, 2) - (0, 3) = (2, -1)$

$\overrightarrow{BC} = (4, 1) - (2, 2) = (2, -1)$

Las coordenadas de \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{BC} coinciden, por tanto, los puntos están alineados.

2 Determina k para que los puntos $A(-3, 5)$, $B(2, 1)$ y $C(6, k)$ estén alineados.

Debe ocurrir que \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{BC} sean proporcionales.

$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (5, -4) \\ \overrightarrow{BC} = (4, k-1) \end{array} \right\} \rightarrow \frac{5}{4} = \frac{-4}{k-1} \rightarrow 5k-5 = -16 \rightarrow k = \frac{-11}{5}$$

3 El punto $P(5, -2)$ es el punto medio del segmento AB , del que conocemos el extremo $A(2, 3)$. Halla B .

Si $B = (x, y)$, $\left(\frac{x+2}{2}, \frac{y+3}{2} \right) = (5, -2)$.

Si $B = (x, y)$
Como P es punto medio de AB $\left\{ \rightarrow \left(\frac{x+2}{2}, \frac{y+3}{2} \right) = (5, -2) \rightarrow \right.$

$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+2 = 10 \rightarrow x = 8 \\ y+3 = -4 \rightarrow y = -7 \end{array} \right\} \rightarrow B = (8, -7)$

4 Halla el punto simétrico de $P(1, -2)$ respecto del punto $H(3, 0)$.

☛ H es el punto medio entre P y su simétrico.

Si $P'(x, y)$ es simétrico de $P(1, -2)$ respecto de $H(3, 0) \rightarrow$

$\rightarrow H$ es el punto medio de $PP' \rightarrow$

$$\rightarrow \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y-2}{2} \right) = (3, 0) \rightarrow \begin{cases} x+1=6 \rightarrow x=5 \\ y-2=0 \rightarrow y=2 \end{cases} \rightarrow P'(5, 2)$$

5 Da las coordenadas del punto P que divide al segmento de extremos $A(3, 4)$ y $B(0, -2)$ en dos partes tales que $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PA}$.

Sea $P(x, y)$.

Sustituimos en la condición que nos imponen:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BP} &= 2\overrightarrow{PA} \rightarrow (x-0, y-(-2)) = 2(3-x, 4-y) \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} x = 2(3-x) \\ y+2 = 2(4-y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6-2x \\ y+2 = 8-2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ 3y = 6 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \rightarrow P(2, 2) \end{aligned}$$

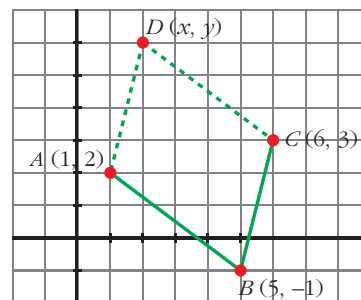
6 Halla las coordenadas del vértice D del paralelogramo $ABCD$, sabiendo que $A(1, 2)$, $B(5, -1)$ y $C(6, 3)$.

Sea $D(x, y)$.

Debe cumplirse: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$(5-1, -1-2) = (6-x, 3-y) \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 4 = 6-x \\ -3 = 3-y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases} \rightarrow D(2, 6)$$



Ecuaciones de rectas

7 Escribe las ecuaciones vectorial y paramétricas de la recta que pasa por A y tiene una dirección paralela al vector \vec{d} .

a) $A(-3, 7)$, $\vec{d}(4, -1)$

b) $A(-1, 0)$, $\vec{d}(0, 2)$

Obtén 5 puntos en cada caso.

a) Ecuación vectorial: $(x, y) = (-3, 7) + k(4, -1)$

Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = -3 + 4k \\ y = 7 - k \end{cases}$

Dando valores al parámetro k , obtenemos puntos: $(1, 6)$; $(5, 5)$; $(9, 4)$; $(13, 3)$; $(17, 2)$.